



دفترچه سوال

هندسه پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول

دی ماه - ۱۴۰۱ تا ۱۴۰۳



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ -1 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت $ A^3 $ برابر است با ب) فصل مشترک یک صفحه و سطح مخروطی در حالتی که صفحه با مولد موازی باشد و از رأس عبور نکند است. ج) اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $ 3A $ برابر است با د) اگر در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، در این صورت دستگاه جواب دارد. ه) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، است. و) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان A^{-1} برابر است با	۱/۵
۲	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) یک ماتریس در صورتی وارون پذیر نیست که دترمینان آن مخالف صفر باشد. ب) دو ماتریس را در صورتی می‌توان در هم ضرب کرد که هم‌مرتبه باشند. ج) اگر A و B دو ماتریس باشند و $A \times B = \bar{O}$ آنگاه $A = \bar{O}$ یا $B = \bar{O}$ د) اگر ضرب ماتریس‌های A و B تعویض پذیر باشد، آنگاه $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$ ه) اگر دترمینان ماتریس ضرایب صفر باشد آنگاه دستگاه دو معادله و دو مجهول، هیچ جوابی ندارد. و) معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله دایره است اگر و فقط اگر $a^2 + b^2 > 4c$ باشد.	۱/۵
۳	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ n-2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & n & 1 \\ 1 & 0 & -m \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل BA را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $A = B$ باشد، آنگاه حاصل $a + b + c + d$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	اگر ماتریس A را ماتریس ضرایب، X را ماتریس مجهولات و B را ماتریس معلومات دستگاه دو معادله دو مجهولی $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$ در نظر بگیریم، از تساوی $AX = B$ ، ماتریس X را به دست آورید.	۱/۵



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

ردیف	سؤال	بارم
۶	دترمینان ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با درایه‌های $i = j$ را به دست آورید. $a_{ij} = \begin{cases} j-i & i > j \\ i^2-1 & i = j \\ i-2 & i < j \end{cases}$	۱
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 A & 3 \\ 1 & A \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان A را به دست آورید.	۱
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ -7 & 8 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ و I_3 ماتریس همانی 3×3 باشد، حاصل $ BA^T + -2I_3 $ را به دست آورید.	۱/۷۵
۹	مکان هندسی مرکزهای همه دایره‌هایی با شعاع $\sqrt{3}$ که بر خط d در صفحه مماس‌اند را تعیین کنید.	۱
۱۰	نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۱ سانتی‌متر و از d به فاصله $1/5$ سانتی‌متر باشد. (بحث کنید با رسم شکل)	۱/۵
۱۱	مرکز و شعاع دایره زیر را تعیین کنید و مشخص کنید دایره از کدام نواحی محورهای مختصات می‌گذرد. $(2x-1)^2 + (2y-3)^2 = 8$	۱
۱۲	معادله دایره‌ای بنویسید که دو خط $3x-y=3$ و $x+y=5$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x-3y=4$ بر آن مماس باشد.	۱/۵
۱۳	در نقطه $A(0, -1)$ خطی بر دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ مماس کرده‌ایم. معادله این خط مماس را بنویسید.	۱/۲۵
۱۴	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط $x+y=2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	۱/۵
۱۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(-2, 2)$ بوده و بر دایره به معادله $x^2 + y^2 + 4y - 2x = -1$ مماس بیرون باشد.	۱/۵
	جمع بارجم	۲۰



مرکز پژوهش‌های آموزشی و توسعه

باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۱

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) هر ماتریس قطری وارون‌پذیر است. (ب) مقطع صفحه شامل محور یک سطح مخروطی دو خط متقاطع است. (ج) دایره $(x-R)^2 + (y+R)^2 = R^2$ در ناحیه دوم بر محورهای مختصات مماس است. (د) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -6 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس A^{-1} برابر $-\frac{1}{5}$ است.	۱
۲	ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ مفروض است. اگر $a_{ij} = \begin{cases} 2i + 3j & i \geq j \\ i^2 + j^2 & i < j \end{cases}$ ، ماتریس A را مشخص کنید.	۱
۳	اگر $2A - 3I = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2m & 4 \end{bmatrix}$ و مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۱۰ باشد، m را بیابید.	۱/۲۵
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل ماتریس $A^{15} + 2A^{10}$ را به دست آورید.	۱/۵
۵	در تساوی ماتریسی $A \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس A را به دست آورید.	۱/۵
۶	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$	۱/۵
۷	اگر ماتریس A یک ماتریس 2×2 باشد، به طوری که $ A = 3$. مطلوب است حاصل $ -A $.	۱
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} - A & -5 \\ A & 4 A \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $A + I$ را پیدا کنید. ($ A > 0$)	۱/۷۵
۹	نقاط A ، B ، C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید).	۱/۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۱۰	مساحت مقطع مخروطی $0 = 2 - 4x + 2y - 2x^2 + 2y^2$ را به دست آورید.	۱
۱۱	حدود a را طوری بیابید که $0 = a - 5y + 2x + y^2 + x^2$ معادله یک دایره باشد.	۱
۱۲	معادله دایره‌ای به مرکز $(1, -2)$ را بنویسید که بر خط $0 = 3y - 4x$ مماس باشد.	۱
۱۳	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط $A(-1, 5)$ و $B(3, -7)$ دو سر قطری از آن باشند.	۱/۲۵
۱۴	طول وتری که دایره به معادله $25 = (x-2)^2 + (y-1)^2$ روی خط به معادله $8 = 2x - y$ جدا می‌کند، چقدر است؟	۱/۲۵
۱۵	وضعیت نقطه $A(-2, 3)$ نسبت به دایره $0 = 2y - 2x + y^2 + x^2$ را مشخص کنید.	۱
۱۶	وضعیت دایره $0 = 6 + 2y - 6x + y^2 + x^2$ با دایره‌ای به مرکز $(1, -1)$ و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

نام درس: هندسه (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) ماتریس مربعی A وارون پذیر است، هرگاه مخالف صفر باشد. (ب) اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} -3 & m & 0 \\ n & x & m \\ a & b & c \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس A برابر است. (ج) اگر صفحه P عمود بر محور Δ باشد و از رأس سطح مخروطی عبور نکند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک است. (د) اگر معادله $ax^2 + 2y^2 + 4x - 2y = 1$ معادله دایره باشد، آنگاه a برابر است.	۱
۲	اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ دو ماتریس با شرایط زیر باشند، مطلوب است $2A - B + 3I$. $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i < j \\ 2i - 1 & i = j \\ j^2 - 1 & i > j \end{cases} \quad \text{و} \quad b_{ij} = \min\{i, j\}$ (منظور از $\min\{i, j\}$ کوچک ترین عدد از بین i و j است؛ به عنوان مثال: $\min\{3, 3\} = 3$ ، $\min\{1, 2\} = 1$)	۱/۵
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ باشد، مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_2$ برقرار باشد. (I_2 ماتریس همانی است.)	۱/۷۵
۴	ثابت کنید وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.	۱
۵	ماتریس $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $AB = B + I$ باشد، ماتریس $4A$ را به دست آورید.	۱/۵
۶	به ازای چه مقادیری از k دستگاه $\begin{cases} kx + 5y = 6 \\ -2x + 4y = 9 \end{cases}$ یک دسته جواب منحصر به فرد دارد؟	۰/۷۵
۷	اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس قطری باشد، دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & -m \end{bmatrix}$ را به دست آورید.	۱/۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 6 A & A \\ 5 & 4 A ^2 \end{bmatrix}$ ، در این صورت حاصل $ 3A $ را بیابید.	۱/۵
۹	نقاط A ، B و C در یک صفحه مفروض اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از نقطه C نیز به فاصله ۴ واحد باشد. (بحث کنید)	۱/۵
۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که از نقاط $A(1, 2)$ و $B(3, 0)$ گذشته و خط $y = 2x - 1$ شامل قطری از آن باشد.	۱/۵
۱۱	مرکز دایره محیطی مثلث ABC با رئوس $A(2, 0)$ ، $B(0, 2)$ و $C(2, 2)$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۲	اگر خط $y + 3x = k$ بر دایره $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$ مماس باشد، مقدار k را تعیین کنید.	۲
۱۳	طول مماس رسم شده از نقطه $A(-2, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	وضعیت نسبی دو دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ و $x^2 + y^2 - 14y - 10x + 73 = 0$ را مشخص کنید.	۱/۵
۲۰	جمع بارم	



مرکز پژوهش‌های آموزشی وزارت

باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. (الف) رویه مخروطی: (ب) مکان هندسی:	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعدادی سطر و ستون را می‌نامیم. (ب) در حالت کلی ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی (ج) دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با (د) اگر صفحه P با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند در این صورت فصل مشترک P با سطح مخروطی یک است.	۱
۳	ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x-1 & y+1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. اگر $A + B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ باشد: (الف) x و y را به دست آورید. (ب) ماتریس $B \times A$ را بیابید.	۱/۵
۴	دو ماتریس A و B از مرتبه 3×3 مثال بزنید که $AB = \bar{0}$ شود، ولی $A \neq \bar{0}$ و $B \neq \bar{0}$ باشد.	۱
۵	اگر $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$ باشد، A^2 ، A^3 ، A^n ($n \in \mathbb{N}$) را به دست آورید.	۱/۵
۶	از رابطه ماتریسی $A \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را به دست آورید.	۱
۷	دستگاه معادلات $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y = -1 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۱/۵
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 A & 3 \\ 1 & A \end{bmatrix}$ ، مقدار دترمینان A^{-1} را به دست آورید.	۱/۵
۹	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $-2A^4$ را به دست آورید.	۱/۲۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱۰	نقاط A, B, C و D در یک صفحه مفروض اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D به یک فاصله باشد. (بحث کنید و حالت‌های مختلف را رسم کنید).	۱/۵
۱۱	دایره $x^2 + y^2 = 4$ محورهای مختصات را در چه نقاطی قطع می‌کند؟	۱
۱۲	به ازای چه مقادیری از m معادله $ax^2 + y^2 - x + ay = 2m$ همواره معادله یک دایره را نشان می‌دهد؟	۱
۱۳	معادله دایره‌ای به مرکز $O(2, -1)$ را بنویسید که روی خط $4x + 3y = 15$ و تری به طول $2\sqrt{6}$ ایجاد کند.	۱/۲۵
۱۴	دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y + a = 0$ بر خط $3x + 4y + 8 = 0$ مماس است. مقدار a را بیابید.	۱/۲۵
۱۵	از نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ ، خطوط d و L را به ترتیب مماس و عمود بر دایره رسم می‌کنیم. معادله‌های خطوط d و L را بنویسید.	۱/۵
۱۶	وضعیت نسبی دو دایره به معادله‌های $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ و $C': (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ چگونه است؟	۱/۲۵
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

نام درس: هندسه (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) ماتریس واحد مرتبه n ، عضو خنثی برای عمل ضرب ماتریس‌های مربعی مرتبه n است. (ب) دو ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون یکدیگرند. (ج) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک هذلولی است. (د) مختصات مرکز دایره به معادله $2x^2 + 2y^2 - 6x + 4y - 2 = 0$ ، نقطه $(-2, 3)$ می‌باشد.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) اگر ماتریسی فقط از یک سطر تشکیل شده باشد، ماتریس می‌گوییم. (ب) شرط لازم و کافی برای آنکه ماتریس مربعی A وارون‌پذیر باشد، این است که (ج) اگر در معادله حاصل از برخورد خط و دایره، Δ معادله بزرگ‌تر از صفر باشد، خط و دایره (د) در معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ اگر باشد، در این صورت معادله، معادله دایره نیست.	۱
۳	اگر در تساوی $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ ، $2A - 3I + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های قطر اصلی A برابر -4 باشد، m را بیابید.	۱
۴	اگر A و B دو ماتریس اسکالر از مرتبه ۳ باشند و $(A+B)^2 - (A-B)^2 = 16I$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $A \times B$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۵	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر $B \times A$ ماتریس قطری باشد، آنگاه ماتریس B^{-1} را به دست آورید.	۱/۵
۶	از رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A را به دست آورید.	۲
۷	مقدار m را طوری بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 2y = m + 2 \\ 3x + (m+5)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۱/۲۵
۸	اگر $A = \begin{bmatrix} A & 0 & m \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & A & 1 \end{bmatrix}$ و رابطه $ 5A = 625$ برقرار باشد، مقدار m چقدر است؟	۱/۵



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

ردیف	سؤال	بارم
۹	نقطه A از خط d در صفحه به فاصله ۴ است. با رسم شکل نقاطی در صفحه را پیدا کنید که از A به فاصله ۶ و از خط d به فاصله ۵ باشد. مسئله چند جواب دارد؟	۱/۲۵
۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که از دو نقطه A(۱, ۲) و B(۳, ۰) گذشته و مرکز آن روی خط $y = 2x - 1$ باشد.	۱/۵
۱۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ قطرهای آن بوده و بر خط $4x + 3y + 5 = 0$ مماس باشد.	۱/۲۵
۱۲	نقاط $A(-1, -1)$ ، $B(1, 1)$ و $C(1, -3)$ رئوس مثلث ABC هستند. معادله مماس بر دایره محیطی مثلث ABC در نقطه B را بنویسید.	۱/۷۵
۱۳	حدود m را چنان به دست آورید که نقطه $A(-2, m)$ درون دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ باشد.	۱/۵
۱۴	مقدار m را چنان بیابید که دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 8y + m = 0$ مماس بیرون باشند.	۱/۷۵
	جمع بارجم	۲۰



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) حاصل ضرب دو ماتریس قطری یک ماتریس اسکالر است.</p> <p>(ب) اگر A و B ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه و $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ باشد، آنگاه $AB = BA$ است.</p> <p>(ج) در صورتی که ضرب ماتریس‌های A و B ممکن باشد، آنگاه $AB = BA$ است.</p> <p>(د) اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $A^{-1} = -\frac{2}{5}$ است.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را کامل کنید.</p> <p>(الف) دو ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ 2 & y \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ -z & y \end{bmatrix}$ مساویند. مقدار $x - y + z$ برابر است.</p> <p>(ب) اگر $A_{m \times n} \times B_{n \times 5} = C_{6 \times p}$ باشد، آنگاه مقدار mnp برابر است.</p> <p>(ج) اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 5 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $-A^2$ برابر است.</p> <p>(د) اگر A ماتریسی 3×3 و اسکالر باشد و $a_{22} = -3$، آنگاه دترمینان A برابر است.</p>	۱
۳	<p>اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $2A^2 - 5I$ را به دست آورید.</p>	۱
۴	<p>ثابت کنید وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود، منحصر به فرد است.</p>	۱
۵	<p>در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$، حاصل $a + b + c + d$ را به دست آورید.</p>	۱/۵
۶	<p>دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم آن باشد، سپس جواب دستگاه معادلات را با استفاده از روش ماتریس وارون به دست آورید.</p>	۱/۵
۷	<p>ماتریس‌های $A = [a_{ij}] = [2i - j]_{3 \times 1}$ و $B = [b_{ij}] = [ij + 1]_{3 \times 3}$ را در نظر بگیرید. حاصل دترمینان ماتریس BA را به دست آورید.</p>	۱/۲۵



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۸	$A = \begin{bmatrix} 2 & & A & & 1 & 0 \\ 1 & -1 & & A & \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و ماتریس اسکالر B از مرتبه ۳ که مجموع درایه‌های آن برابر $ A $ است را در نظر بگیرید. در این صورت $ -3B $ را بیابید.	۱/۷۵
۹	نقاط A ، B و C در صفحه مفروضند. نقطه‌ای در صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از نقطه C به فاصله 4cm باشد. (با رسم حالت‌های مختلف بحث کنید)	۱/۵
۱۰	کدام یک از روابط زیر دایره است؟ در صورت دایره بودن آن را رسم کنید. الف) $-3x^2 - 3y^2 + 6x + 3y - 5 = 0$ ب) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$	۱/۲۵
۱۱	معادله دایره‌ای به شعاع ۳ را بنویسید که خط $2x - y = 0$ شامل قطری از آن بوده و بر محور y ها در ناحیه اول مماس باشد.	۱/۲۵
۱۲	مقادیر m و n را چنان به دست آورید که دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2y + n = 0$ گذرا از نقطه $A(1, 2)$ ، بر خط $x + y = m$ مماس باشد.	۱/۵
۱۳	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(0, 1)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y = 2$ و تری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	۱/۵
۱۴	وضعیت نقطه $M(0, -1)$ نسبت به دایره محیطی مثلث ABC با رئوس $A(2, 1)$ ، $B(-1, 3)$ و $C(4, 4)$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(-1, 2)$ بوده و با دایره $x^2 + y^2 - 6y = 0$ مماس داخل باشد.	۱/۵
	جمع بارج	۲۰



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۶

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>کدام گزاره درست و کدام نادرست است؟</p> <p>الف) ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & 3 \\ -4 & -2\sqrt{3} \end{bmatrix}$ در تساوی $(2A - I)^2 = I - 4A$ صدق می کند. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) دو ماتریس $C = \begin{bmatrix} a+3 & b & -\frac{9}{2} \\ b-2 & 0 & 1+2a \end{bmatrix}$ و $D = [d_{ij}]_{a \times b}$ مساویند. پس کوچک ترین درایه ماتریس D عدد -2 است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) حاصل ضرب دو ماتریس اسکالر ماتریس همانی است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>د) در تساوی $A \times \begin{bmatrix} 2 & -1 & 13 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = 2I$ دترمینان ماتریس A برابر ۲ است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۲	<p>اگر A و B ماتریس های 3×3 باشند و داشته باشیم $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ آنگاه ثابت کنید $AB = BA$.</p>	۱
۳	<p>اگر A و B دو ماتریس مربعی از مرتبه ۲ و $AB = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه های قطر فرعی ماتریس $B - \frac{2}{3}A \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$ را به دست آورید.</p>	۱/۵
۴	<p>ماتریس های $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} i-j & i > j \\ i^2-1 & i = j \\ j-i & i < j \end{cases}$ و $b_{ij} = \begin{cases} i-j & i > j \\ j^2-1 & i = j \\ i-j+2 & i < j \end{cases}$ معرفی شده اند. حاصل $BA - I$ را به دست آورید.</p>	۱/۵
۵	<p>دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x + y = \frac{3}{2} \\ x + 2y = -\frac{1}{3} \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.</p>	۱
۶	<p>ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+3 & -m \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست. مجموع درایه های وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 2m+1 & 1-m \\ m & m+1 \end{bmatrix}$ را به دست آورید.</p>	۱/۵
۷	<p>به ازای چه مقدار m دستگاه معادلات زیر بی شمار جواب دارد؟</p> $\begin{cases} mx + (m-3)y = 2m+1 \\ (m+6)x - (m+2)y = 5m+10 \end{cases}$	۱



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۶

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

ردیف	سؤال	بارم
۸	اگر $2A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & & A \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان ماتریس A را بیابید.	۱/۵
۹	هر یک از جملات زیر را با عبارت مناسب پر کنید تا گزاره درستی ایجاد شود. (الف) مساحت دایره $a^2 = ax + (a+3)y + 2y^2 + x^2 + (a+1)$ برابر است. (ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است. (ج) طول مماس رسم شده از نقطه $A(-1, 2)$ بر دایره $\frac{1}{4} = (x-1)^2 + (y-1)^2$ مساوی است. (د) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت یک که بر دایره $9 = (x-1)^2 + (y+2)^2$ مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع است.	۱
۱۰	نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. با رسم شکل در تعداد جواب‌ها بحث کنید.	۲
۱۱	نشان دهید طول شعاع دایره به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ برابر $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است.	۱
۱۲	دو دایره $0 = x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73$ و $3 = x^2 + y^2 - 4x - 6y$ چند مماس مشترک دارند؟ چرا؟	۱/۵
۱۳	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $y + 2x = 5$ و $y - x = -1$ شامل قطرهایی از آن بوده و $A(2, 5)$ نقطه‌ای از آن باشد.	۱/۵
۱۴	دایره C به مرکز $O(-1, 0)$ روی خط $0 = 3y - 4x + 6$ و تری به طول $2\sqrt{5}$ جدا می‌کند. مختصات نقاط برخورد این دایره با محور xها را به دست آورید.	۲
۱۵	نقاط $(2, 3)$ و $(1, 0)$ دو رأس مقابل یک مستطیل هستند. معادله دایره محیطی این مستطیل را بنویسید.	۱
	جمع بارم	۲۰



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

نام درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را برای ماتریس‌های A و B مشخص نمایید. (الف) اگر $AB = I$ آنگاه $A = I$ یا $B = I$ (ب) اگر $AB = BA$ حاصل عبارت $A^2 - B^2$ برابر $(A - B)(A + B)$ می‌باشد. (ج) حاصل ضرب دو ماتریس قطری خاصیت جابه‌جایی دارد. (د) اگر در یک ماتریس $ A = A^{-1} $ باشد، آنگاه $ A $ همواره برابر یک است.	۱
۲	ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 3 & b \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر ماتریس $A \times B$ قطری باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	۱
۳	ماتریس‌های مربعی A ، B و C مفروضند. اگر $AC = I$ و $BA = I$ ، ثابت کنید $B = C$.	۱
۴	اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ -5 & 2-m \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نباشد، درایه‌های وارون ماتریس $A + 3I$ را بیابید.	۱/۵
۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $\frac{1}{4}A^4$ را محاسبه کنید.	۱
۶	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های ماتریس $A^{100} - A^{101}$ را بیابید.	۲
۷	در حل دستگاه $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = m \end{cases}$ اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ ماتریس وارون ضرایب باشد و مقدار $y = -1$ آنگاه مقدار x را بیابید.	۲
۸	خط d و نقطه A مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط d به فاصله ۳ و از نقطه A به فاصله ۴ واحد باشد؟ (بحث کنید).	۱/۵
۹	مرکز دایره $x^2 + y^2 + 2x + ay = 3$ روی خط $y = 2x + 1$ قرار دارد. طول شعاع دایره را به دست آورید.	۱/۵



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

کلاس:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

نام درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۲ از ۲

ردیف	سؤال	بارم
۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که محل برخورد خط $2x - 3y = 6$ با محورهای مختصات دو سر قطر آن باشد.	۱
۱۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 3$ و $x - 2y = 0$ شامل قطرهایی از آن بوده و بر نیمساز ربع اول و سوم دستگاه مختصات مماس باشد.	۱/۵
۱۲	معادله خط مماس در نقطه $A(-1, 6)$ واقع بر دایره $x^2 + y^2 - 6x - 14y + 41 = 0$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	بیشترین فاصله نقطه $A \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \end{vmatrix}$ تا دایره $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 16 = 0$ را تعیین کنید.	۱
۱۴	در جای خالی عبارت مناسب بنویسید. (الف) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی باشد و از رأس نگذرد، فصل مشترک یک دایره است. (ب) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس باشد، خطی بر خط d است. (ج) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی به شعاع 2cm که بر دایره $C(O, 5)$ در صفحه دایره مماس خارج‌اند دایره‌ای به شعاع می‌باشد. (د) نقطه $A(-1, -1)$ دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ قرار دارد.	۱
۱۵	مقدار m را بیابید به طوری که دو دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y = -9$ و $x^2 + y^2 + 2x + 4y + m = 0$ مماس داخل باشند.	۱/۵
	جمع بارم	۲۰



دفترچه پاسخنامه

هندسه پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۲

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) بی شمار

(ج) ۷۲-

(ب) سهمی

(الف) ۲۱۶-

(و) $\frac{1}{10}$

(ه) نیمساز آن زاویه

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۶، ۲۹، ۳۱، ۳۵، ۳۸ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(و) درست

(ه) نادرست

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۷، ۲۰، ۲۱، ۲۳، ۲۶ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۲۵ نمره)

ماتریس A قطری است، پس:

$$\begin{cases} m+1=0 \Rightarrow m=-1 \text{ (نمره } 25/0) \\ n-2=0 \Rightarrow n=2 \text{ (نمره } 25/0) \end{cases}$$

بنابراین:

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 6 & -3 & -2 \end{bmatrix}$$

(نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰)

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۲ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۲۵ نمره)

ابتدا ماتریس A را پیدا می کنیم. برای این کار از طرفین تساوی $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ وارون می گیریم.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 5/0)$$

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = \frac{3}{2} \text{ (نمره } 25/0)$$

(نمره ۵/۰)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰)

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{-14} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 5/0)$$

(نمره ۲۵/۰)

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

درایه های ماتریس A به صورت زیر هستند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ -2 & -1 & 8 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 5/0)$$

اکنون حاصل دترمینان A را برحسب سطر اول محاسبه می کنیم.

$$|A| = -1(-1) \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 8 \end{vmatrix} + (-1)(-1) \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1(-8+0) - 1(1+6) = -8-7 = -15 \text{ (نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$|A| = 4|A|^2 - 3 \Rightarrow 4|A|^2 - |A| - 3 = 0 \Rightarrow (4|A| + 3)(|A| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \\ |A| = -\frac{3}{4} \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۲۵ نمره)

$$|A| = -6 \text{ (نمره } \frac{1}{25}), |B| = -2 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 10 + 4 = 14 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$|BA^T| = |B| \times |A|^T = 14 \times (-6)^T = 504 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

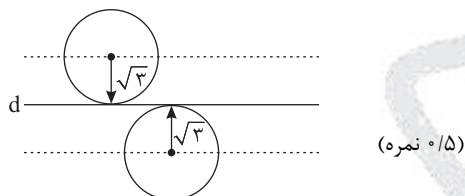
$$|-2I_P| = (-2)^T |I_P| = -8 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

بنابراین:

$$|BA^T| + |-2I_P| = 504 - 8 = 496 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

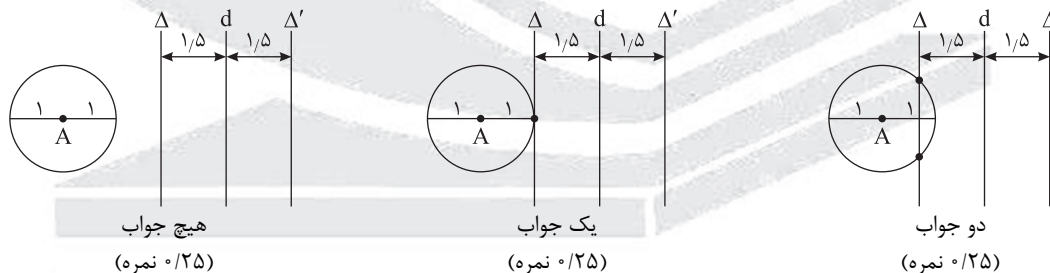
پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

این مکان دو خط موازی با خط d در طرفین آن به فاصله $\sqrt{3}$ از خط d است. (۵/۵ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

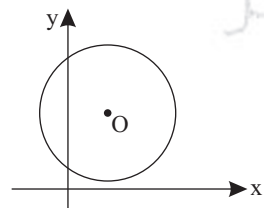
پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۱ سانتی متر هستند، دایره ای به مرکز A و شعاع ۱ سانتی متر است (۲۵/۵ نمره) و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۱/۵ سانتی متر است دو خط موازی با d است. (۲۵/۵ نمره) نقاط برخورد این دو مکان جواب این مسئله هستند. (۲۵/۵ نمره) با توجه به شکل های زیر، مسئله حداکثر ۲ جواب دارد.

حالتی که دو خط Δ و Δ' دایره را قطع کند، ایجاد نمی شود، پس حالت چهار نقطه به وجود نمی آید. همچنین سه نقطه جواب این مسئله نیست.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)



$$4(x - \frac{1}{4})^2 + 4(y - \frac{3}{4})^2 = 8 \Rightarrow (x - \frac{1}{4})^2 + (y - \frac{3}{4})^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} O(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}) \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \\ R = \sqrt{2} \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \end{cases}$$

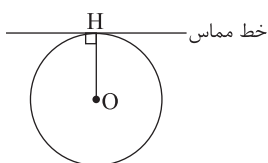
(۲۵/۵ نمره)

از ناحیه های ۱ و ۲ می گذرد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

نقطه تلاقی دو قطر، مرکز دایره است و فاصله مرکز تا خط مماس برابر شعاع دایره است.



$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2 \text{ و } y = 3 \Rightarrow O(2, 3) \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$R = OH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|8 - 9 - 4|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{5}{5} = 1 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

نقطه $A(0, -1)$ روی دایره قرار دارد، پس شیب خط مماس، عکس و قرینه شیب شعاع OA است.

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 \Rightarrow O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, 1) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

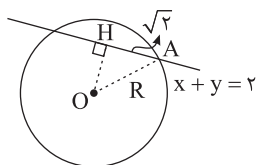
$$m_{OA} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{-1 - 1}{0 - 1} = 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پس شیب خط مماس $-\frac{1}{2}$ است. (نمره ۰/۲۵)

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + 1 = -\frac{1}{2}x \quad \text{یا} \quad 2y + x + 2 = 0 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)



$$OH = \frac{|0 + 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$R^2 = (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

$$O'(-\frac{3}{2}, -\frac{4}{2}) = (-1.5, -2), \quad R' = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$OO' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow R + R' = 5 \Rightarrow R = 3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درست

(ج) نادرست

(ب) درست

(الف) نادرست

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۲، ۲۲، ۲۷، ۳۴ و ۴۰)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 7 & 10 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۲۵ نمره)

$${}_2A = {}_3I + \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2m & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2m & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 2m & 7 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{1}{2} \\ m & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$$

$$A \text{ های درایه های } A: 3 + \frac{7}{2} - \frac{1}{2} + m = 10 \Rightarrow 6 + m = 10 \Rightarrow m = 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۵ و ۱۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } \dots$$

$$A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A^{15} = \begin{bmatrix} 1 & -15 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{15} + {}_2A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & -15 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -20 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -35 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

طرفین تساوی داده شده را از راست در وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ضرب می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 0/5)$$

$$A \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 0/75)$$

بنابراین مجموع درایه های A برابر ۱ است. (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \text{ و } |A| = 9 + 4 = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ (نمره } 0/25)$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 26 \\ 39 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 2, y = 3 \text{ (نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$|-A| = (-1)^2 |A| = 3$$

$$\| -A \| A \| = \| {}_3A \| = 3^2 \| A \| = 9 \times 3 = 27$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۸ و ۳۱)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۷۵ نمره)

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می گیریم.

$$A = \begin{bmatrix} -|A| & -5 \\ |A| & 4|A| \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} -|A| & -5 \\ |A| & 4|A| \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = -4|A|^2 + 5|A| \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\Rightarrow 4|A|^2 - 4|A| = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A| = 1 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/5) \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین:

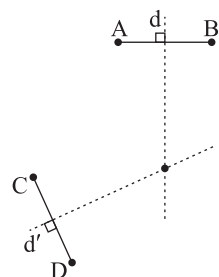
$$A = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A + I = \begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$|A + I| = 0 - (-5) = 5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله اند، عمودمنصف پاره خط AB است. این خط را d می نامیم. (نمره ۰/۲۵)
 مکان هندسی نقاطی که از C و D به یک فاصله باشد، عمودمنصف پاره خط CD است. این خط را d' می نامیم. (نمره ۰/۲۵)
 نقطه برخورد خطوط d و d' جواب مسئله است. (نمره ۰/۲۵)
 اگر d و d' متقاطع باشند، مسئله یک جواب دارد. (نمره ۰/۲۵)
 اگر d و d' منطبق باشند، مسئله بی شمار جواب دارد. (نمره ۰/۲۵)
 اگر d و d' موازی باشند، مسئله جواب ندارد. (نمره ۰/۲۵)



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

مقطع مخروطی $2x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 2 = 0$ یک دایره است. ابتدا طرفین معادله را بر ۲ تقسیم می کنیم.

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 2y - 2 = 0 \xrightarrow{+2} x^2 + y^2 - 2x + y - 1 = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 1 + 4}}{2} = \frac{3}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

بنابراین:

$$\text{مساحت دایره} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}\pi \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$a^2 + b^2 - 4c > 0 \Rightarrow 4 + 25 - 4(-a) > 0$$

$$(\text{نمره } 0/25) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow 4a > -29 \Rightarrow a > -\frac{29}{4}$$

$$(\text{نمره } 0/25) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$r = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3 + 8|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{11}{5} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = \frac{121}{25} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

$$\text{مركز دایره } O = \left(\frac{3 + (-1)}{2}, \frac{-7 + 5}{2} \right) = (1, -1) \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\text{طول قطر } |AB| = \sqrt{4^2 + 12^2} = \sqrt{16 + 144} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

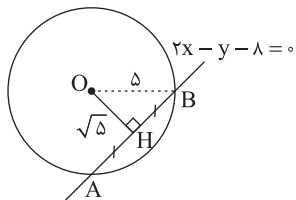
$$\Rightarrow \text{شعاع } r = 2\sqrt{10} \Rightarrow \text{معادله دایره: } (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 40 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)



پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۲۵ نمره)



$$O(2, 1), R = 5 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$OH = \frac{|2 \times 2 - 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \text{ (نمره } 0/5)$$

$$\Delta BOH (\hat{H} = 90^\circ): OH^2 + HB^2 = OB^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{5})^2 + HB^2 = 5^2 \Rightarrow HB^2 = 20 \Rightarrow HB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow AB = 2HB = 4\sqrt{5} \text{ (نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-1, 1) \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{4+4} = \sqrt{2} \text{ (نمره } 0/5) \end{cases}$$

$$OA = \sqrt{(-2+1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5} \text{ (نمره } 0/25)$$

با توجه به اینکه $OA > R$ است، پس نقطه A بیرون دایره قرار دارد. (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۵ نمره)

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}) = (3, -1) \\ R = \frac{1}{2}\sqrt{36+4-4(6)} = 2 \text{ (نمره } 0/5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} O'(-1, 1) \\ R' = 1 \end{cases}, R + R' = 3 \text{ (نمره } 0/25)$$

$$\text{فاصله دو مرکز برابر با } d = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ است. (نمره } 0/5)$$

با توجه به اینکه $d > R + R'$ است، دو دایره بیرون یکدیگرند (متخارجند). (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)



باسمه تعالی

پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

پاسخنامه درس: هندسه (سری ۲)

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) دترمینان A (ب) ۲۷- (ج) دایره (د) ۲

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳، ۳۰، ۳۹ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (5/0 \text{ نمره}) \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (5/0 \text{ نمره})$$

$$2A - B + 3I = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 6 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -5 \\ -1 & 7 & 0 \\ -1 & 4 & 10 \end{bmatrix} \quad (5/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۷۵ نمره)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -3 & 7 \end{bmatrix} \quad (5/0 \text{ نمره})$$

$$A^2 = mA + nI = \begin{bmatrix} 0 & -2m \\ m & -3m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & -2m \\ m & n-3m \end{bmatrix}$$

(۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

بنابراین:

$$\begin{cases} n = -2 & (25/0 \text{ نمره}) \\ m = -3 & (25/0 \text{ نمره}) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

فرض کنیم ماتریس های B و C هر دو وارون A باشند. ثابت می کنیم B = C

$$AB = BA = I \quad \text{طبق فرض}$$

$$AC = CA = I \quad \text{طبق فرض}$$

$$B = IB = (CA)B = C(AB) = CI = C$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$AB = B + I \xrightarrow{\text{از راست ضربدر } B^{-1}} A = I + B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۷۵/۰ نمره)

$$\frac{k}{-2} \neq \frac{5}{4} \Rightarrow k \neq -\frac{5}{2} \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

در ماتریس قطری، درایه های بالا و پایین قطر اصلی صفر هستند.

$$\begin{bmatrix} 4 & m \\ n & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3m & -8+2m \\ n-3 & -2n-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8+2m=0 \Rightarrow m=4 \\ n-3=0 \Rightarrow n=3 \end{cases}$$

(۵/۰ نمره) (۵/۰ نمره)

بنابراین:

$$\begin{vmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & -m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{vmatrix} = (4)(3)(-4) = -48 \quad (5/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۱)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$|A| = 24|A|^3 - 5|A| \Rightarrow 24|A|^3 - 6|A| = 0$$

(۵/۵ نمره)

$$\Rightarrow 6|A|(4|A|^2 - 1) = 0 \Rightarrow 6|A|(2|A| - 1)(2|A| + 1) = 0$$

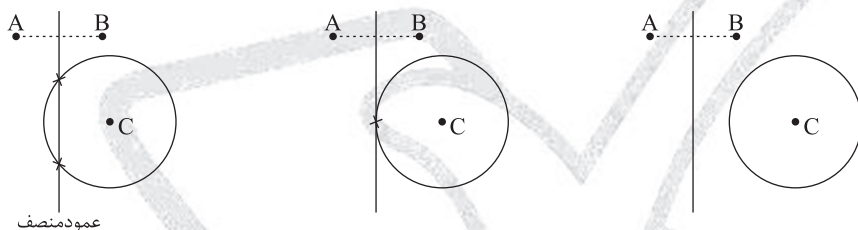
$$\Rightarrow |A| = 0 \text{ یا } |A| = \frac{1}{2} \text{ یا } |A| = -\frac{1}{2} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

$$|3A| = 9|A| = 0 \text{ یا } \frac{9}{2} \text{ یا } -\frac{9}{2} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۵)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

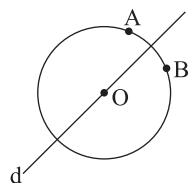
در این مسئله باید ببینیم دایره، خط عمودمنصف را در چند نقطه قطع می کند که واضح است جواب صفر یا ۱ یا ۲ نقطه می تواند باشد.



عمودمنصف

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۶ تا ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

مرکز دایره روی خط d به معادله $y = 2x - 1$ قرار دارد؛ بنابراین مختصات مرکز به صورت $O(\alpha, 2\alpha - 1)$ است. (نمره ۵/۲۵)

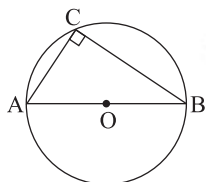
$$OA = OB = R \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 1)^2 + (2\alpha - 3)^2} = \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2} \Rightarrow \alpha = 0 \text{ (نمره ۵/۲۵)}$$

$$\begin{cases} O(0, -1) \\ R = \sqrt{1} \end{cases} \text{ (نمره ۵/۲۵)}$$

$$\text{معادله دایره: } (x - 0)^2 + (y + 1)^2 = 1 \text{ (نمره ۵/۲۵)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)



$$m_{AB} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\begin{aligned} m_{BC} &= \frac{2}{2} = 1 \\ m_{AC} &= \frac{2}{2} = 1 \end{aligned} \Rightarrow C = 90^\circ$$

$$(AB \text{ وسط } O) \Rightarrow O\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = (1, 1)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

$$O\left(\frac{2}{2}, \frac{-1}{2}\right), \quad R = \frac{1}{2}\sqrt{4+1} = \frac{1}{2}\sqrt{5}, \quad OH = \frac{\left|-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - k\right|}{\sqrt{1}} = \frac{|4-k|}{\sqrt{1}}$$

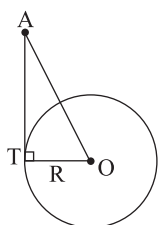
$$OH = R \Rightarrow \frac{|4-k|}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |4-k| = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} 4-k = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow k = 4 - \frac{\sqrt{5}}{2} \\ 4-k = -\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow k = 4 + \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۳ و ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

نقطه A خارج دایره واقع است. (۲۵/۰ نمره)



$$x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(0, -1) \\ R = \frac{1}{\sqrt{4+4}} = \sqrt{2} \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$OA = \sqrt{(-2-0)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{20} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\triangle OAT: AT^2 = OA^2 - OT^2 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow AT^2 = 20 - 2 = 18$$

$$\Rightarrow AT = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۴۵ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

مختصات مراکز دو دایره و شعاع های آنها را پیدا می کنیم.

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \Rightarrow O = (2, 3) \\ R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 36 + 12}}{2} = \frac{7}{2} = 3.5 \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = (5, 7) \\ R' = \frac{\sqrt{100 + 196 - 292}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \end{cases}$$

$$OO' = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

 $OO' = R + R'$ است (۲۵/۰ نمره)، پس دو دایره مماس بیرونی هستند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) رویه مخروطی: اگر دو خط d و l در نقطه A متقاطع (غیرعمود) باشند، سطح حاصل از دوران d حول l را یک رویه مخروطی گویند.
 ب) مکان هندسی: مجموعه نقاطی از صفحه (فضا) هستند که دارای ویژگی مشترک باشند و هر نقطه این ویژگی را داشت عضو این مجموعه باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۳۴ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

ب) ندارد

الف) ماتریس

د) سهمی

ج) حاصل ضرب درایه های روی قطر اصلی

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۰، ۱۲، ۱۹، ۳۰ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x-1 & y+1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & y-2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

(۵/۰ نمره)

$$\text{الف) } \begin{cases} x+1=4 \Rightarrow x=3 \\ y-2=-3 \Rightarrow y=-1 \end{cases} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

باید درایه های نظیر به نظیر برابر باشند، پس:

$$\text{ب) } B = \begin{bmatrix} 3-1 & -1+1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۳، ۱۴ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = \vec{0}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

ماتریس A را تشکیل می دهیم.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^2 & 0 \\ 0 & 4^2 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

$$A^3 = A \times A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^3 & 0 \\ 0 & 4^3 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

بنابراین:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 4^n \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ \text{ نمره}) \quad A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & 8 \\ -5 & -3 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

دستگاه را به صورت ماتریسی می نویسیم.

$$AX = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{A^{-1} \times} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

(۷۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$|A| = 4 \Rightarrow |A|^{-3} \Rightarrow 4|A|^{-3} - |A|^{-3} = 0 \Rightarrow (4|A| + 3)(|A| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \Rightarrow |A^{-1}| = 1 & (\text{نمره } 0/25) \\ |A| = -\frac{3}{4} \Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{4}{3} & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵ نمره)

$$|A| = 1(-1-1) - 1(0-1) + 2(0-1) = -2 + 1 - 2 = -3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

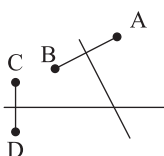
$$|-2A^4| = (-2)^4 |A|^4 = -8 \times (-3)^4 = -648 \quad (\text{نمره } 0/75)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)

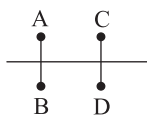
پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

نقطه برخورد؛ از برخورد عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های AB و CD به دست می‌آید که ۳ حالت دارد:

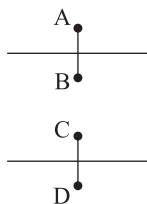
حالت ۱: یک نقطه (۰/۵ نمره)



حالت ۲: بی‌شمار نقطه اگر عمودمنصف‌ها برهم منطبق باشند. (۰/۵ نمره)



حالت ۳: هیچ نقطه اگر عمودمنصف‌ها برخورد نداشته باشند. (۰/۵ نمره)



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

چهار نقطه

$$x = 0 \Rightarrow 1 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 3 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} A(0, \sqrt{3}) & (\text{نمره } 0/25) \\ B(0, -\sqrt{3}) & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

$$y = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow C(1, 0) & (\text{نمره } 0/25) \\ x+1 = -2 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow D(-3, 0) & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۰)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

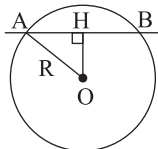
$$a = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - x + y - 2m = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$a^2 + b^2 - 4c > 0 \Rightarrow 1 + 1 + 4m > 0 \Rightarrow 4m > -2 \Rightarrow m > -\frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵) (نمره)



بنابر فرض، طول وتر AB برابر $2\sqrt{6}$ است. اگر OH عمود بر خط $4x + 3y = 15$ باشد، پس $AH = \sqrt{6}$ است. (۲/۲۵) (نمره)

$$OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 - 3 - 15|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

$$\triangle OAH : OA^2 = AH^2 + OH^2 \Rightarrow R^2 = 6 + 4 = 10 \quad (۲۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10 \quad (۲۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۲۵) (نمره)

فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع دایره است.

$$O(2, -1) \Rightarrow \text{فاصله } O \text{ تا خط مماس} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6 - 4 + 8|}{\sqrt{9 + 16}} = 2 \quad (۲۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

$$R = \frac{\sqrt{16 + 4 - 4a}}{2} = \sqrt{5 - a} \quad (۲۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

بنابراین:

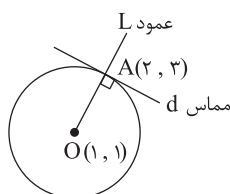
$$\sqrt{5 - a} = 2 \Rightarrow a = 1 \quad (۲۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵) (نمره)

خط عمود از مرکز دایره می‌گذرد و این دو خط در نقطه A بر هم عمودند. (۲۵/۲۵) (نمره)

مرکز دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ عبارت است از: $O(1, 1)$ (۲۵/۲۵) (نمره)



$$m_{OA} = m_L = \frac{3-1}{2-1} = 2 \Rightarrow L \text{ معادله خط } y - 3 = 2(x - 2) \Rightarrow y = 2x - 1 \quad (۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

$$(۵/۲۵) \text{ (نمره)} \quad \text{معادله خط مماس } y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \Rightarrow m_d = -\frac{1}{m_L} \Rightarrow m_d = -\frac{1}{2} \Rightarrow d \text{ معادله خط } y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۲۵) (نمره)

ابتدا مرکز دو دایره و شعاع‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} C : O(1, -1), R = \frac{\sqrt{4 + 4 - 4}}{2} = 1 \\ C' : O'(-1, 1), R' = \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \quad (۵/۲۵) \text{ (نمره)} \quad OO' = \sqrt{(-1-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad (۲۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

$$\left. \begin{aligned} OO' > R + R' \\ 2\sqrt{2} > 1 + \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{دو دایره متخارج‌اند.} \quad (۵/۲۵) \text{ (نمره)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) نادرست

(ج) نادرست

(ب) نادرست

(الف) درست

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۹، ۲۳، ۳۹ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(الف) سطری

(ب) $|A| \neq 0$ یا دترمینان A مخالف صفر باشد.

(ج) متقاطعات

(د) $a^T + b^T - 4c \leq 0$ یا $a^T + b^T \leq 4c$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۲، ۱۹، ۲۳، ۴۲ و ۴۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$${}^2A = {}^3\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - {}^1\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -6-m \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -3-\frac{m}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$1 - 3 - \frac{m}{2} = -4 \Rightarrow \frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = 4 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۷۵ نمره)

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} = kI \quad (\text{نمره } 25/0) \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} k' & 0 & 0 \\ 0 & k' & 0 \\ 0 & 0 & k' \end{bmatrix} = k'I \quad (\text{نمره } 25/0)$$

چون A و B اسکالر هستند، پس تعویض پذیرند یعنی $AB = BA$ و اتحادها برقرار است (نمره ۲۵/۰)، پس:

$$\begin{cases} (A+B)^T - (A-B)^T = 16I \Rightarrow A^T + {}^2AB + B^T - A^T - B^T + {}^2AB = 16I \\ \Rightarrow 4AB = 16I \xrightarrow{\div 4} AB = 4I \Rightarrow (kI)(k'I) = 4I \Rightarrow (kk')I^T = 4I \\ \Rightarrow (kk')I = 4I \Rightarrow (kk' - 4)I = \vec{0} \xrightarrow{I \neq \vec{0}} kk' = 4 \end{cases} \quad (\text{نمره } 75/1)$$

$$AB = \begin{bmatrix} kk' & 0 & 0 \\ 0 & kk' & 0 \\ 0 & 0 & kk' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 4 + 4 + 4 = 12 \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۱۹ و ۲۰)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

در ماتریس قطری درایه های بالا و پایین قطر اصلی صفر هستند.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+2a & -8+2a \\ b-2 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8+2a=0 \Rightarrow a=4 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-16} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

رابطه داده شده را از سمت چپ در $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$ و سپس از سمت راست در $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$ ضرب می کنیم.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{-6-4} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \right) \Rightarrow A = \frac{4}{-4} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

$$\Rightarrow A = - \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 25/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۲۵) (نمره)

$$\frac{m}{3} = \frac{2}{m+5} \neq \frac{m+2}{2} \Rightarrow m^2 + 5m = 6 \Rightarrow (m+6)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 & \text{غیرقابل قبول (نمره ۰/۲۵)} \\ m = 1 & \text{قابل قبول (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۶ و ۳۱)

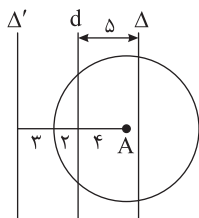
پاسخ سؤال ۸: (۱/۵) (نمره)

$$5|AA'| = 625 \Rightarrow 5 \times 5^3 |A| = 625 \Rightarrow |A| = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & m \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 1 = 1(2-1) - 0 + m(1-0) \Rightarrow 1 = 1 + m \Rightarrow m = 0$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵) (نمره)



(۰/۲۵) (نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵) (نمره)

اگر $O(\alpha, \beta)$ مرکز دایره باشد آنگاه $O(\alpha, 2\alpha-1)$ است. بنابراین:

(۰/۲۵) (نمره)

$$R = OA = OB \Rightarrow \sqrt{(\alpha-1)^2 + (2\alpha-3)^2} = \sqrt{(\alpha-3)^2 + (2\alpha-1)^2} \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$\Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow O(0, -1) \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$R = OA = \sqrt{10} \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$\text{معادله دایره: } (x-0)^2 + (y+1)^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow x^2 + (y+1)^2 = 10 \quad (\text{نمره ۰/۵})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵) (نمره)

از تلاقی دو قطر دایره، مرکز دایره به دست می آید.

$$\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=1 \end{cases} \xrightarrow{+} x=2 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow O(2, -1) \quad (\text{نمره ۰/۵})$$

فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر با طول شعاع دایره است.

$$R = \frac{|4(2) + 3(-1) + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (\text{نمره ۰/۲۵})$$

$$\text{معادله دایره: } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 2^2 = 4 \quad (\text{نمره ۰/۵})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۷۵) (نمره)

مثلث ABC قائم الزاویه است.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{1+1}{1+1} = 1 \quad (\text{نمره ۰/۲۵}) \\ m_{AC} = \frac{-3+1}{1+1} = -1 \quad (\text{نمره ۰/۲۵}) \end{cases} \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

بنابراین BC، قطر دایره محیطی مثلث است.

$$(O = \frac{B+C}{2} = (1, -1), R = \frac{BC}{2} = 2)$$



شیب خط مماس بر دایره در نقطه B، عکس و قرینه شیب خط گذرنده از B و C است.

$$m_{BC} = \frac{1 - (-3)}{1 - 1} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

بنابراین شیب خط مماس بر دایره در نقطه B برابر صفر است. (نمره ۰/۲۵) پس معادله خط مماس عبارت است از:

$$y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0 \Rightarrow O(1, -2) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad R = \frac{\sqrt{4 + 16 - 4(-5)}}{2} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{40}}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

چون نقطه A(-2, m) درون دایره است، پس: $OA < R$ (نمره ۰/۲۵)

$$OA = \sqrt{(1+2)^2 + (-2+m)^2} < \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{9 + (m+2)^2} < \sqrt{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \left\{ \begin{array}{l} 9 + (m+2)^2 < 10 \\ (m+2)^2 < 1 \end{array} \right. \Rightarrow |m+2| < 1 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\Rightarrow -1 < m+2 < 1 \xrightarrow{-2} -3 < m < -1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۷۵ نمره)

$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} O(-2, 0) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 0 + 0} = 2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} O'(1, -4) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ R' = \sqrt{17 - m} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{cases}$$

$$OO' = \sqrt{(-2-1)^2 + (0+4)^2} = 5 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$OO' = R + R' \Rightarrow 5 = 2 + \sqrt{17 - m} \Rightarrow m = 8 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$(|A| = \frac{\Delta}{\gamma} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{\gamma}{\Delta}) \quad (\delta \text{ نادرست, } \alpha \text{ نادرست, } \beta \text{ درست, } \gamma \text{ نادرست})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۱، ۲۳ و ۳۰)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$-27 \quad (\delta)$$

$$-36 \quad (\gamma)$$

$$60 \quad (\beta)$$

$$-1 \quad (\alpha)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۳، ۱۷، ۱۹ و ۲۸)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} \quad A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 22 \\ -11 & 13 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 - \Delta I = \begin{bmatrix} -18 & 44 \\ -22 & 26 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 & 44 \\ -22 & 21 \end{bmatrix} \quad (\alpha \text{ نادرست, } \beta \text{ درست, } \gamma \text{ نادرست, } \delta \text{ نادرست})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

اثبات: فرض کنیم ماتریس‌های B و C هر دو وارون ماتریس A باشند، ثابت می‌کنیم B = C است. (۲۵/۰ نمره)

$$AB = BA = I \quad (\alpha \text{ نمره})$$

$$AC = CA = I \quad (\beta \text{ نمره})$$

$$B = IB = (CA)B = C(AB) = CI = C \quad (\gamma \text{ نمره})$$

پس وارون A منحصر به فرد است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

طرفین تساوی را در وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ یعنی $\frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ از سمت راست ضرب می‌کنیم. داریم:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow a=1, b=1, c=4, d=4 \quad (\alpha \text{ نمره})$$

بنابراین:

$$a+b+c+d=18 \quad (\beta \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} 3x - 5y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \quad (\alpha \text{ نمره}) \quad X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} \quad (\beta \text{ نمره})$$

$$|A| = 6 + 20 = 26 \quad (\gamma \text{ نمره})$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{26} \begin{bmatrix} 52 \\ 26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\delta \text{ نمره})$$

$$x=2, y=1 \quad (\alpha \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۲۵ نمره)

ابتدا ماتریس‌های A و B را به دست می‌آوریم.

$$A = [i - j]_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}_{3 \times 1}, \quad B = [ij + 1]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+9+20 \\ 3+12+25 \\ 4+15+30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 31 \\ 46 \\ 61 \end{bmatrix} \Rightarrow |BA| = 31 \quad (\alpha \text{ نمره})$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۸)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۷۵) (نمره)

از طرفین تساوی داده شده دترمینان می گیریم.

$$A = \begin{bmatrix} 2|A| & 1 & 0 \\ 1 & -1 & |A| \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 2|A| & 1 & 0 \\ 1 & -1 & |A| \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = 2|A|(-2) - 1(2 + |A|) \quad (نمره ۰/۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\Rightarrow |A| = -4|A| - 2 - |A| \Rightarrow 6|A| = -2 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{3} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

ماتریس اسکالر B از مرتبه ۳ است. اگر هر یک از درایه های روی قطر X باشد، داریم:

$$3x = |A| \Rightarrow 3x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{9} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

بنابراین:

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{9} \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right) = \left(-\frac{1}{9}\right)^3 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$|-3B| = (-3)^3 |B| = (-27)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right)\left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{27} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۰)

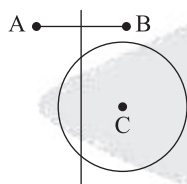
پاسخ سؤال ۹: (۱/۵) (نمره)

بستگی دارد که عمودمنصف AB با دایره ای به مرکز C چند نقطه تقاطع داشته باشند که جواب مسئله صفر یا ۱ یا ۲ نقطه خواهد بود.

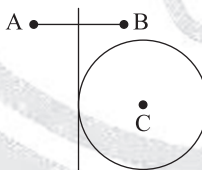
(نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۲۵)

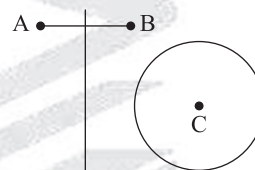
(نمره ۰/۲۵)



(نمره ۰/۲۵)



(نمره ۰/۲۵)



(نمره ۰/۲۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵) (نمره)

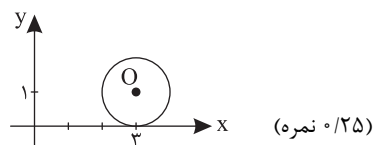
الف) طرفین رابطه را بر ۳- تقسیم می کنیم.

$$x^2 + y^2 - 2x - y + \frac{5}{3} = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 4 + 1 - \frac{2}{3} < 0 \Rightarrow \text{دایره نیست.} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 36 + 4 - 36 = 4 > 0 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$\text{مرکز دایره } O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(3, 1\right), R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{36 + 4 - 36}}{2} = 1 \quad (نمره ۰/۲۵)$$



(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵) (نمره)

مرکز دایره روی خط $2x - y = 0$ قرار دارد، پس $O(\alpha, 2\alpha)$ است. (نمره ۰/۲۵) در ضمن دایره بر محور yها در ناحیه اول مماس است، پس طولمرکز برابر R است. (نمره ۰/۲۵) بنابراین مرکز $O(R, 2R)$ است، پس $O(3, 6)$ است. (نمره ۰/۲۵)

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = 9 \quad (نمره ۰/۲۵) \text{ معادله دایره}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

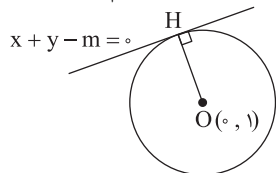
چون دایره از نقطه A می‌گذرد، پس مختصات نقطه A در معادله صدق می‌کند.

$$x^2 + y^2 - 2y + n = 0 \xrightarrow{A(1,2)} 1 + 4 - 2(2) + n = 0 \Rightarrow n = -1 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پس معادله دایره عبارت است از:

$$O(0, 1) \quad (\text{نمره } 0/25) \quad \text{مرکز دایره}$$

$$R = \frac{\sqrt{0^2 + 4 - 4(-1)}}{2} = \sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

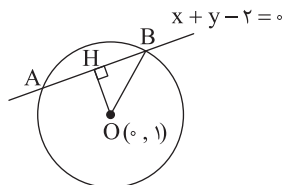
از طرفی خط $x + y - m = 0$ بر دایره مماس است، پس فاصله مرکز دایره تا خط برابر شعاع دایره است.

$$R = OH = \frac{|0 + 1 - m|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow |1 - m| = 2 \Rightarrow \begin{cases} 1 - m = 2 \Rightarrow m = -1 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ 1 - m = -2 \Rightarrow m = 3 \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

می‌دانیم از مرکز دایره به وتر عمود کنیم؛ وتر را نصف می‌کند. پس:



$$AB = 2\sqrt{2} \Rightarrow AH = HB = \sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$OH = \frac{|0 + 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

در مثلث $\triangle OHB$ ($H = 90^\circ$) فیثاغورس می‌نویسیم.

$$OB^2 = R^2 = OH^2 + HB^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2} \quad (\text{نمره } 0/5) \quad \text{معادله دایره}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

مثلث ABC قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{-3} \\ m_{AC} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB \perp AC \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پس قطر دایره محیطی مثلث ضلع BC است.

$$O = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{2}{2}, \frac{3}{2}\right), \quad R = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{2^2 + 3^2}}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$(x - \frac{2}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{26}{4} \quad (\text{نمره } 0/25) \quad \text{معادله دایره}$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{2}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{3}{2} + 1\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{34}{4}} = \frac{\sqrt{34}}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

چون $OM > R$ است، پس M خارج دایره قرار دارد. (نمره ۰/۲۵)راه حل دوم: فرض کنیم معادله دایره $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ باشد، نقاط A و B و C را در معادله قرار می‌دهیم با حل دستگاه مقادیر a، b و c به دست می‌آید.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

$$x^2 + y^2 - 6y = 0$$

$$O'(0, 3), \quad R' = \frac{1}{2}\sqrt{0^2 + 36 - 0} = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$O(-1, 2), \quad OO' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow \sqrt{2} = |R - 3| \Rightarrow \begin{cases} R - 3 = \sqrt{2} \Rightarrow R = 3 + \sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25) \\ R - 3 = -\sqrt{2} \Rightarrow R = 3 - \sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+1)^2 + (y-2)^2 = (3 + \sqrt{2})^2 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = (3 - \sqrt{2})^2 \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & 3 \\ -4 & -2\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & 3 \\ -4 & -2\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \vec{0}$$

$$(2A - I)^T = 2A^T + I - 2A = I - 2A$$

ب) نادرست، ماتریس C از مرتبه 2×3 است. پس $D = [d_{ij}]_{a \times b}$ از مرتبه 2×3 است. پس $a = 2$ و $b = 3$ داریم:

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -\frac{9}{2} \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow D = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -\frac{9}{2} \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

پس کوچکترین درایه ماتریس D برابر $-\frac{9}{2}$ است نه -2 .

ج) نادرست

د) درست

$$A \times \begin{bmatrix} 2 & -1 & 13 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = 2I \Rightarrow |A| \begin{vmatrix} 2 & -1 & 13 \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = |2I| \Rightarrow |A| \times 4 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۳، ۱۹، ۲۱ و ۳۰)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

ماتریس $(A - B)^T$ را به دست می‌آوریم:

$$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T \quad (۱) \quad (۵/۰ نمره)$$

از طرف دیگر بنابر فرض:

$$(A - B)^T = A^T - 2AB + B^T \quad (۲)$$

$$(۲) \text{ و } (۱) \Rightarrow A^T - AB - BA + B^T = A^T - 2AB + B^T \Rightarrow -AB - BA = -2AB \Rightarrow AB = BA \quad (۵/۰ نمره)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

در عبارت خواسته شده از ماتریس A از چپ و از ماتریس B از راست فاکتور می‌گیریم. داریم: (۲۵/۰ نمره)

$$A \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} B - \frac{2}{3} A \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 0 \end{bmatrix} B = A \left(\begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 0 \end{bmatrix} \right) B = A \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} B = A (2I) B = 2AB = 2 \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 8 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(۷۵/۰ نمره)

پس مجموع درایه‌های قطر فرعی این ماتریس مساوی $12 = 4 + 8$ است. (۲۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

ابتدا درایه‌های ماتریس‌های A و B را پیدا می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

(۵/۰ نمره)

(۵/۰ نمره)

بنابراین:

$$BA = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 11 \end{bmatrix}$$

$$BA - I = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 11 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ نمره)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۱)



پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

ماتریس ضرایب این دستگاه $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ است. پس $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ (۲۵/۰ نمره). بنابراین:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ نمره)$$

پس $x = \frac{2}{3}$ و $y = -\frac{1}{4}$ (۲۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

ماتریس A وارون پذیر نیست. پس $|A| = 0$.

$$|A| = m + 3 - 2m = 0 \Rightarrow m = 3 \quad (۵/۰ نمره)$$

بنابراین:

$$B = \begin{bmatrix} 2m+1 & 1-m \\ m & m+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \quad (۵/۰ نمره)$$

(۲۵/۰ نمره)

پس مجموع درایه‌های ماتریس $B^{-1} = \frac{1}{34}(4+2-3+5) = \frac{1}{34}$ برابر $\frac{1}{34}$ است. (۲۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\begin{cases} mx + (m-3)y = 2m+1 \\ (m+6)x - (m+2)y = 5m+1 \end{cases}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \quad \text{شرط بی‌شمار جواب} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\frac{m}{m+6} = \frac{m-3}{-m-2} \Rightarrow m^2 + 3m - 18 = -m^2 - 2m \Rightarrow 2m^2 + 5m - 18 = 0 \quad (۵/۰ نمره)$$

$$m = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{4} = \frac{-5 \pm 13}{4} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \checkmark \\ m = -\frac{9}{2} \times \end{cases} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

دیده می‌شود $m = 2$ در شرط بی‌شمار جواب صدق می‌کند ولی $m = -\frac{9}{2}$ صدق نمی‌کند.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & |A| \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\det} |2A^{-1}| = 2 + |A| \quad (۵/۰ نمره) \Rightarrow 4|A^{-1}| = 2 + |A| \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\Rightarrow \frac{4}{|A|} = 2 + |A| \xrightarrow{\times |A|} 4 = 2|A| + |A|^2 \Rightarrow |A|^2 + 2|A| - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -4 \end{cases} \quad (۵/۰ نمره)$$

(۲۵/۰ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$$\frac{25}{16}\pi \quad \text{الف)}$$

$$(a+1) = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + x + 4y = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x + 2y - \frac{1}{2} = 0$$

$$R = \frac{\sqrt{\frac{1}{4} + 4 + 2}}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \text{مساحت دایره} = \frac{25}{16}\pi$$

ب) دو خط متقاطع

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ج)}$$

$$O(-1, 1) \Rightarrow OA = 1, R = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{طول مماس} = \sqrt{OA^2 - R^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

د) ۴، شعاع چنین دایره‌هایی $R + R' = 4$ یعنی $1 + 3 = 4$ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۹، ۴۱ و ۴۳)



پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۶

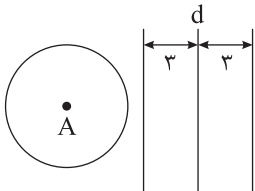
پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

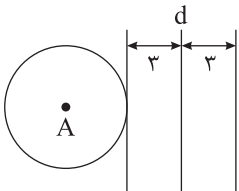
پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ هستند، دایره به مرکز A و شعاع ۲ است (۵/۵ نمره) و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ هستند دو خط موازی با d در طرفین آن است. (۵/۵ نمره) برخورد این دو مکان هندسی نقاط مورد نظر این سؤال است.

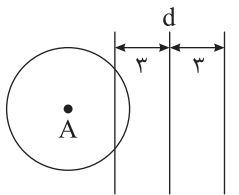
۱- در صورتی که دو خط موازی d دایره به مرکز A را قطع نکنند، مسئله جواب ندارد. (۲۵/۵ نمره) (فاصله A تا d بیشتر از ۵ باشد.)



۲- اگر یکی از دو خط موازی بر دایره مماس باشد، مسئله یک جواب دارد. (۲۵/۵ نمره) (فاصله A تا d برابر ۵ باشد.)



۳- اگر یکی از دو خط موازی دایره را قطع کند، مسئله دو جواب دارد. (۲۵/۵ نمره) (فاصله A تا d کمتر از ۵ باشد.)



۴- چون فاصله دو خط موازی برابر ۶ است و بیشترین فاصله نقاط دایره برابر قطر آن یعنی ۴ است پس حالتی که دایره هر دو خط موازی را قطع کنند، یا بر یکی مماس و دیگری را قطع کند ایجاد نمی شود. پس این مسئله حداکثر ۲ جواب دارد. (۲۵/۵ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

معادله ضمنی دایره را به صورت استاندارد می نویسیم:

$$(x^2 + ax) + (y^2 + by) + c = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

(۵/۵ نمره)

پس شعاع این دایره برابر $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است. (۲۵/۵ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۲: (۵/۱ نمره)

ابتدا شعاع و مرکز هر دو دایره را پیدا می کنیم:

$$x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (5, 7) \\ R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{100 + 196 - 292}}{2} = 1 \end{cases} \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (2, 3) \\ R' = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{16 + 36 + 12}}{2} = 4 \end{cases} \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

اکنون طول خط المרכזین OO' را با جمع و تفریق شعاعها مقایسه می کنیم:

$$OO' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow OO' = R + R' \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

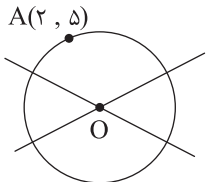
بنابراین دو دایره مماس خارجی هستند. پس سه مماس مشترک دارند. (۲۵/۵ نمره)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۴)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

نقطه تلاقی دو قطر مرکز دایره است.



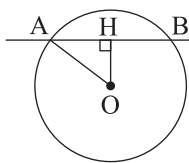
$$\begin{cases} y + 2x = 5 \\ y - x = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم}} 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow O(2, 1) \quad (\text{نمره } 0/75)$$

$$R = OA = \sqrt{0^2 + 4^2} = 4 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)

با توجه به شکل $AH = \frac{AB}{2} = \sqrt{5}$ است.

$$3y - 4x + 6 = 0 \Rightarrow OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|0 + 4 + 6|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\Delta OAH : OA^2 = AH^2 + OH^2 = 5 + 4 = 9 \Rightarrow R = 3 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

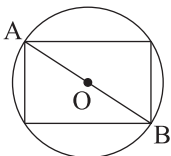
$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 9 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

اکنون نقاط برخورد دایره با محور x را پیدا می‌کنیم:

$$y = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 9 \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow M(2, 0) \\ x+1 = -3 \Rightarrow x = -4 \Rightarrow N(-4, 0) \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۳)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

در صورتی که نقاط $A(2, 3)$ و $B(0, 1)$ دو رأس مقابل یک مستطیل باشند، آنگاه قطر دایره محیطی این مستطیل خواهد بود.پس O مرکز دایره محیطی وسط AB و شعاع آن $\frac{AB}{2}$ است. (نمره ۰/۲۵)

$$O = \frac{A+B}{2} = (1, 2), \quad R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4+4}}{2} = \sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
حسن محمدبیگی	احمد رضا فلاح - حسن محمدبیگی - محمد تقی نمازی	مهرداد شریف - فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان



باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: دوازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د نادرست)

(ج درست)

(ب درست)

(الف نادرست)

(هندسه دوازدهم، صفحه های ۲۱ و ۲۳)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$A \times B = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 3 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+12 & -2a+8 \\ 3+3b & -6+2b \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$-2a+8=0 \Rightarrow a=4, \quad 3+3b=0 \Rightarrow b=-1 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۲)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$B = BI = B(AC) = (BA)C = I \times C = C$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

چون A وارون پذیر نیست، پس $|A| = 0$ (۲۵/۰ نمره)

$$|A| = 0 \Rightarrow 2(2-m) + 5(m+1) = 0 \Rightarrow 4-2m+5m+5=0 \Rightarrow 3m+9=0 \Rightarrow m=-3 \quad (\text{نمره } 5/2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A + 3I = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -5 & 8 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$(A+3I)^{-1} = \frac{1}{40-10} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{30} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

حاصل دترمینان را بر حسب ستون اول به دست می آوریم:

$$|A| = 1(-2) + 0 + 0 = -2 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$\left| \frac{1}{4} A^4 \right| = \left(\frac{1}{4} \right)^4 |A|^4 = \frac{1}{16} \times (-2)^4 = 2 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$A^{100} = (A^2)^{50} = (I)^{50} = I \quad (\text{نمره } 5/0), \quad A^{101} = (A^2)^{50} \times A = I \times A = A \quad (\text{نمره } 5/0)$$

$$A^{100} - A^{101} = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = -1+2=1 \quad (\text{نمره } 5/0)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

$$\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=m \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad (\text{نمره } 5/2)$$

می دانیم در حل دستگاه به کمک ماتریس وارون $X = A^{-1}B$ (۲۵/۰ نمره) بنابراین:

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5m \\ -4-3m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=5m \\ y=-4-3m \end{cases} \quad (\text{نمره } 5/0)$$

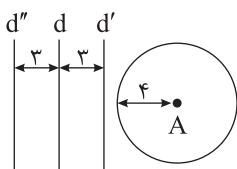
$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} y = -1 \Rightarrow -4-3m = -1 \Rightarrow 3m = -3 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow x = 5m = -5 \quad (\text{نمره } 5/2)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۴)

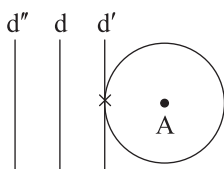


پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

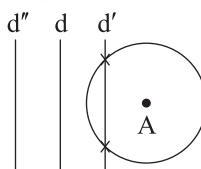
مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، خطوط d' و d'' موازی با d (نمره ۰/۲۵) در دو سوی آن به فاصله ۳ واحد تا خط d می باشند و مکان هندسی نقاطی که از نقطه A به فاصله ۴ واحد باشند، دایره ای است (نمره ۰/۲۵) به نام C به مرکز A و شعاع ۴ واحد، تعداد نقاط برخورد خطوط d' و d'' با دایره C جواب مسئله است. (نمره ۰/۲۵)



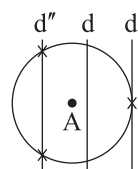
مسئله فاقد جواب است.



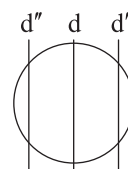
مسئله ۱ جواب دارد.



مسئله ۲ جواب دارد.



مسئله ۳ جواب دارد.



مسئله ۴ جواب دارد.

(نمره ۰/۷۵)

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$O \begin{vmatrix} -1 \\ -\frac{a}{2} \end{vmatrix} \quad (نمره ۰/۵)$$

$$y = 2x + 1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 + 1 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = 2 \quad (نمره ۰/۵)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 + 12} = \frac{1}{2} \sqrt{20} = \sqrt{5} \quad (نمره ۰/۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

ابتدا محل برخورد خط d را با محورهای مختصات می یابیم:

$$x = 0 \Rightarrow -3y = 6 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ -2 \end{vmatrix}$$

$$y = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

نقاط A و B دو سر قطر دایره اند.

$$\underbrace{O}_{\text{مرکز}} = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{3}{2}, -1\right) \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} = 2R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{13}}{2} \Rightarrow C(x, y): (x - \frac{3}{2})^2 + (y + 1)^2 = \frac{13}{4} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

نقطه تلاقی دو خط مرکز دایره است.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} 3y = 3 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow O(2, 1) \quad (نمره ۰/۵)$$

از طرف دیگر فاصله مرکز O تا خط $y = x$ نیمساز ناحیه اول برابر شعاع دایره است. (نمره ۰/۲۵)

$$R = OH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 - 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (نمره ۰/۵)$$

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

بنابراین:

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$O \begin{vmatrix} 3 \\ 7 \end{vmatrix} \quad A \begin{vmatrix} -1 \\ 6 \end{vmatrix} \quad (نمره ۰/۲۵)$$

$$m_{OA} = \frac{7-6}{3+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_{\text{مماس}} = -4 \quad (نمره ۰/۵)$$

$$\begin{cases} y = -4x + b \quad (نمره ۰/۲۵) \\ A(-1, 6) \Rightarrow 6 = 4 + b \Rightarrow b = 2 \quad (نمره ۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow y = -4x + 2 \quad (نمره ۰/۲۵)$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

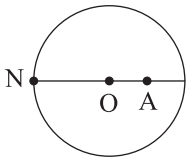


پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

ابتدا وضعیت نقطه را نسبت به دایره بررسی می‌نماییم:

$$O \begin{cases} -\frac{a}{r} = 2 \\ -\frac{b}{r} = -4 \end{cases}, R = \sqrt{4+16+16} = 6 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

فاصله مرکز دایره را تا نقطه A یافته با شعاع دایره مقایسه می‌کنیم.



$$OA = \sqrt{(2+2)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

چون فاصله مرکز دایره تا نقطه A کمتر از شعاع دایره می‌باشد، پس A درون دایره است. (نمره)

بیشترین فاصله نقطه A تا محیط دایره اندازه AN می‌باشد:

$$AN = OA + R = 5 + 6 = 11 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د) درون

(ج) ۷

(ب) عمود

(الف) عمود

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۵، ۳۸ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۵/۱ نمره)

شرط آنکه دو دایره مماس داخل باشند آن است که $OO' = |R - R'|$ (نمره ۲۵/۰):

$$C: x^2 + y^2 + 2x + 4y + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} O \begin{cases} -\frac{a}{r} = -1 \\ -\frac{b}{r} = -2 \end{cases} \\ R = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{r} \sqrt{4 + 16 - 4m} = \sqrt{5 - m} \end{cases} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$C': x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} O' \begin{cases} -\frac{a}{r} = 3 \\ -\frac{b}{r} = 1 \end{cases} \\ R' = \frac{1}{r} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{r} \sqrt{36 + 4 - 36} = 1 \end{cases} \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$OO' = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{16+9} = 5 \text{ (نمره } \circ/25 \text{)}$$

$$OO' = |R - R'| \Rightarrow 5 = |\sqrt{5-m} - 1| \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{5-m} - 1 = 5 \Rightarrow \sqrt{5-m} = 6 \Rightarrow 36 = 5 - m \Rightarrow m = -31 \\ \sqrt{5-m} - 1 = -5 \Rightarrow \sqrt{5-m} = -4 \text{ غلط} \end{cases} \text{ (نمره } \circ/5 \text{)}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۴۴)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
حسن محمدیگی	احمد رضا فلاح - حسن محمدیگی - محمد تقی نمازی	مهرداد شریف - فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین‌الدین تقی‌زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان